

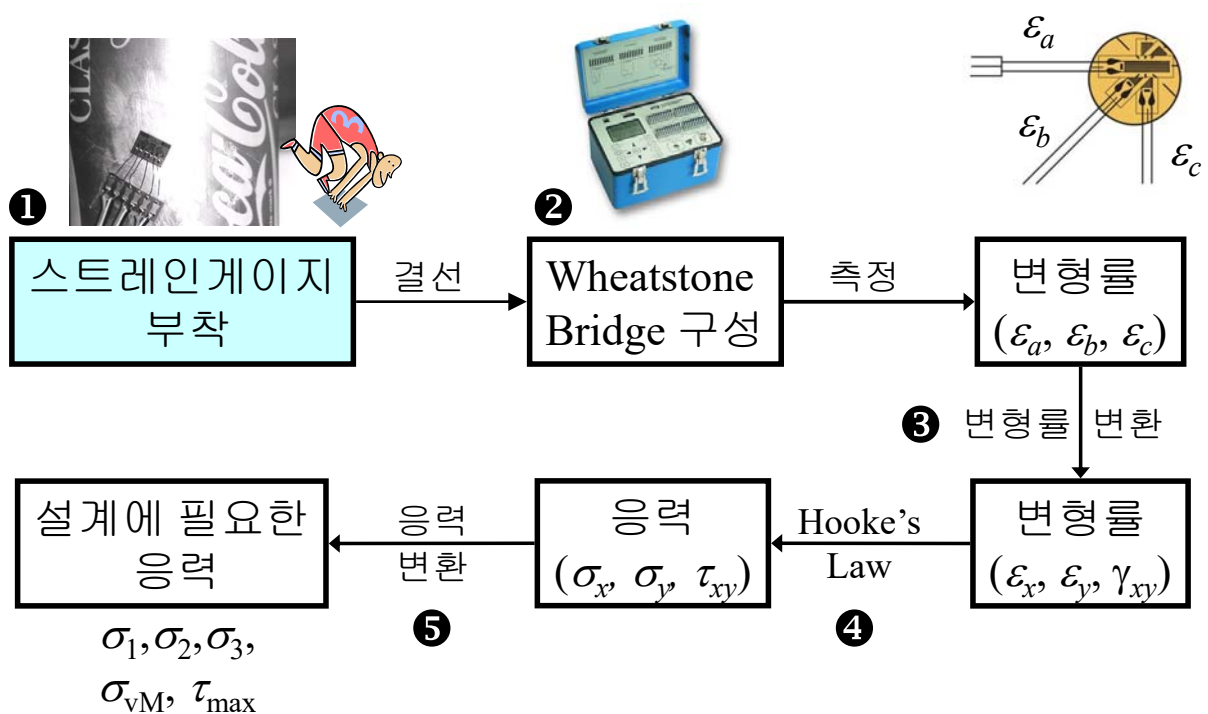
기계시스템공학실험1

변형률 측정에서 응력 계산까지

교수: 오충석 [x7323, T443]

AMTL&MNTL, KIT

Test Flow



SG 원리

■ Why?

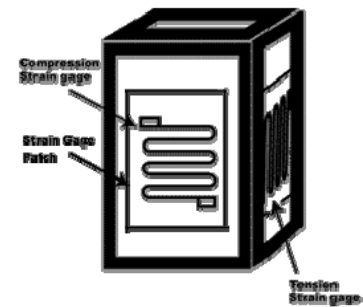
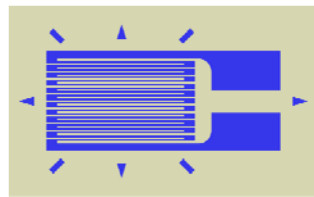
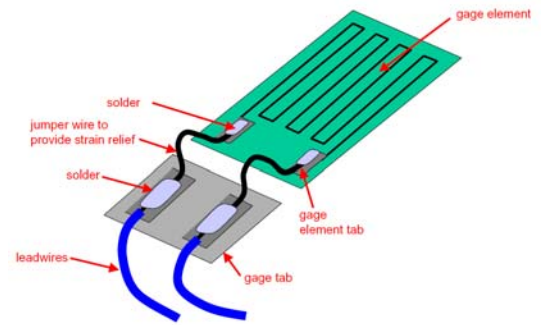
- 변형을 측정 → 응력 계산

■ Where?

- 물체 표면: 평면 응력

■ How?

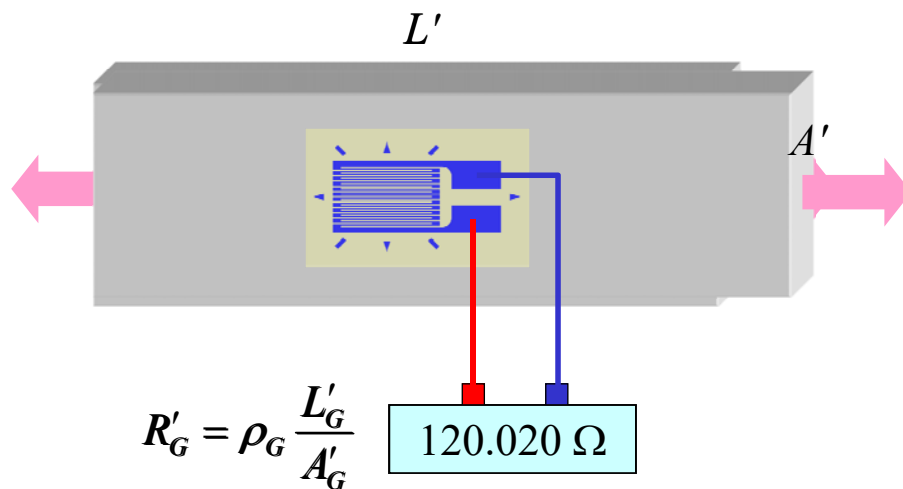
- 전기 저항 변형률 게이지
(electrical resistance strain gage)



MNTL

3

■ 변형률 측정 원리



- 측정 체의 A, L 변화 → 게이지 저항변화 → 전압변화

MNTL

4

■ CC-33A (실험 수업)

- Maker: Kyowa
- 사양: (-)196~120 °C



■ 취급 주의

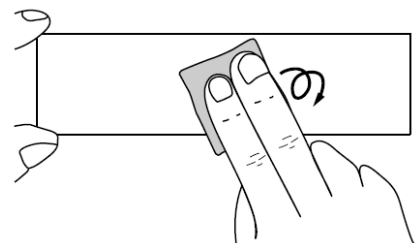
- 피부에 묻거나 눈, 입 등에 들어 가지 않도록 할 것
 - 눈에 들어 갔을 때는 문지르지 말고 물로 씻은 후 안과에 갈 것
 - 피부에 묻었을 때 억지로 떼려 하지 말고 온수에 담가 분리시킬 것
- 환기가 되는 곳에서 작업
- 장 시간 작업 시 마스크 쓰고, 보안 경 착용

MNTL

5

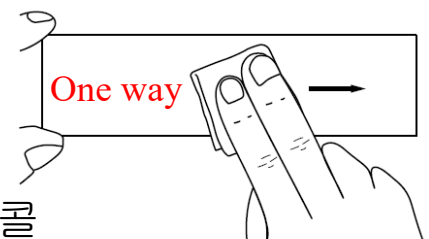
1) 벗겨내기 (Abrading)

- 사포 (#300~600) 로 원을 그리듯이 게이지 부착 면적보다 넓게 사포질
- 실제 구조물일 경우 페인트, 녹, 도금 층 등을 연삭기 등으로 제거 후 사포질



2) 기름 성분 제거 (Degreasing)

- 용제를 이용해 게이지 부착할 곳의 기름/지방 성분 제거
 - 아세톤: 거즈, 면봉
 - Ti, Plastics: 아세톤 대신 알콜



MNTL

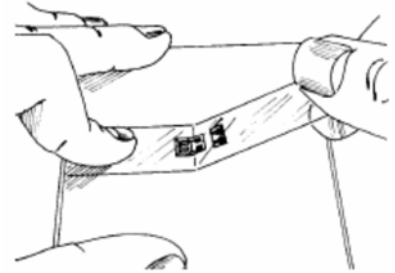
6

3) 게이지 부착 위치 표시 (Marking): “+”자

- 노치에 민감한 재료 (세라믹)가 아닌 경우 하이트 게이지를 이용하여 표면에 스크래치
- 4~6H 연필 (Al), 볼펜 (Steel)

4) 테이프에 게이지와 터미널 고정 (Setting)

- 게이지와 T/M을 부착면이 아래로 향하게 놓음
 - 화학적으로 깨끗한 유리판 또는 비닐 (일회용)
- 게이지 전용 테이프 (PCT-2M)
- 테이프는 예각 ($< 45^\circ$)으로 들어 올릴 것

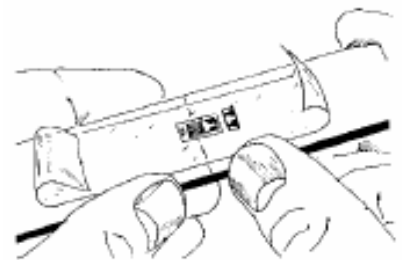
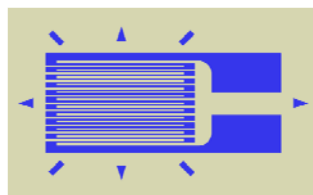


MNTL

7

5) 게이지 시험편에 위치 시키기 (Positioning)

- 게이지/테이프 를 부착위치에 위치시키기
 - 정렬 표시 사용
- 잘못 정렬되었을 때 떼어서 재정렬해도 문제 없음
 - PCT-2M tape
 - 예각 ($< 45^\circ$)으로 떼어낼 것



MNTL

8

6) 들어올리기 (Lifting)

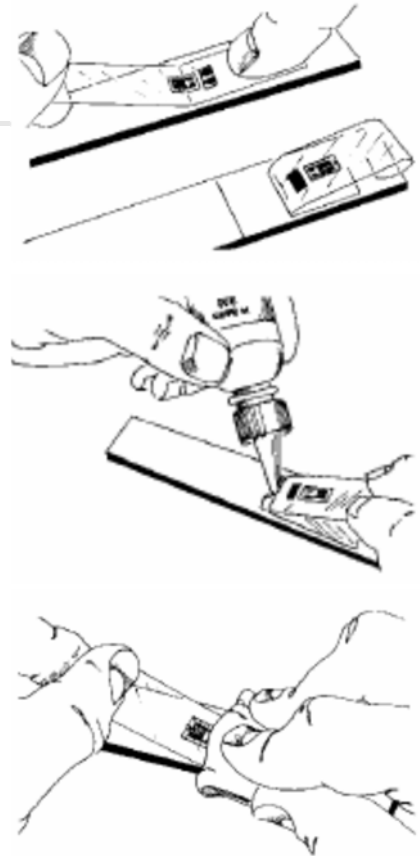
- 테이프 끝을 잡고
예각 ($< 45^\circ$)으로 들어 올림

7) 접착제 (Adhesive)

- CC-33A 접착제
- 접착 면 (게이지 뒷면)에
접착제 1~2 방울 문힘

8) 부착 (Installation)

- 엄지 손가락으로 일 방향
- 얇고 고르게 퍼지도록 함
- 필요할 때는 거즈 등 이용

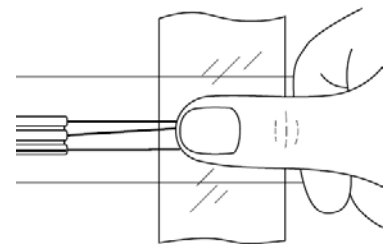


MNTL

9

9) 누르고 있기 (Holding)

- 엄지 손가락으로 세게 누름
 - $1\sim3 \text{ kgf/cm}^2 = 100\sim300 \text{ kPa}$
 - 1 분 정도 ($T > 20^\circ\text{C}$)
 - 2~3분 ($T < 20^\circ\text{C}$)
- 넓거나 굽은 면
 - 압력 패딩과 지그 이용
 - 손가락으로 누를 때보다 장 시간 동안 누름

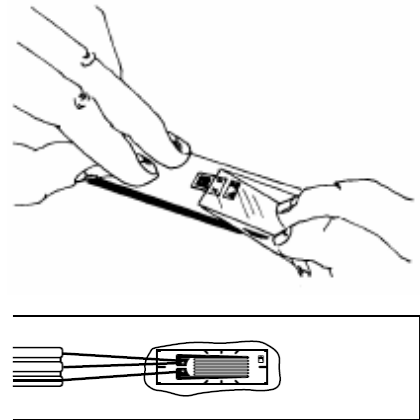


MNTL

10

10) 테이프 벗겨내기 (Peeling-Off Tape)

- 천천히 지속적으로
- 이상적인 접착 예



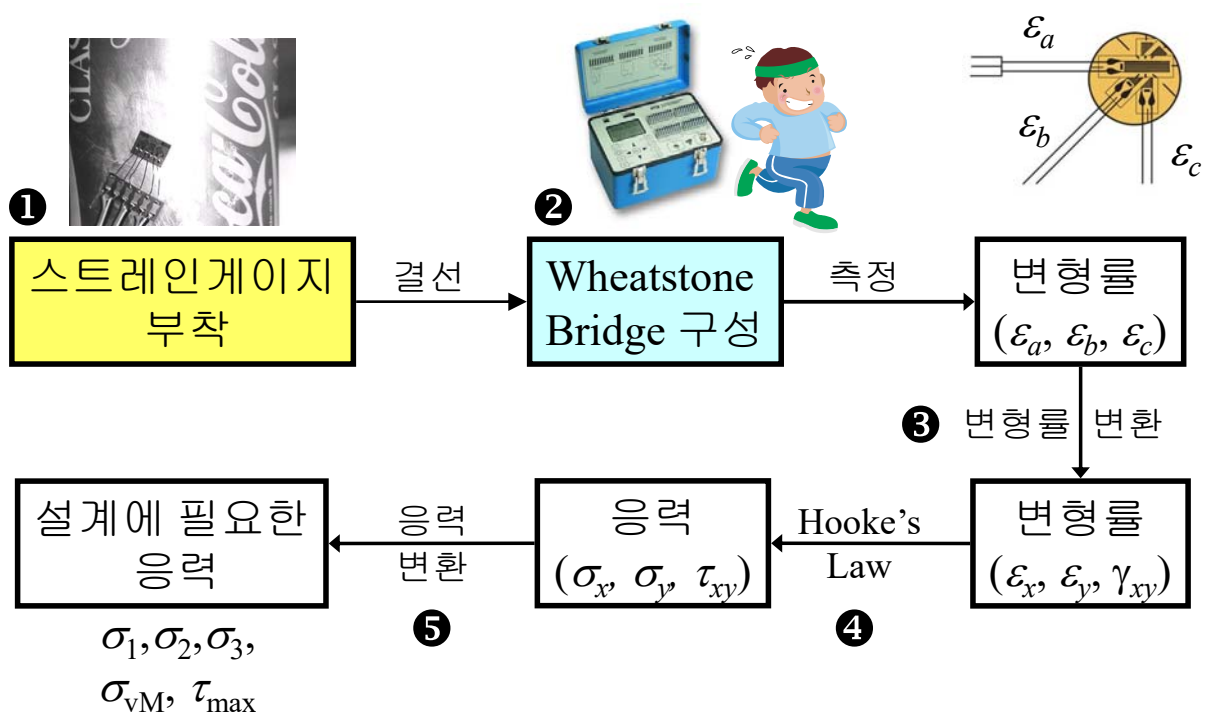
11) 납땜 (Soldering)

12) 코팅 (Coating)

MNTL

11

Test Flow



MNTL

12

The Wheatstone Bridge

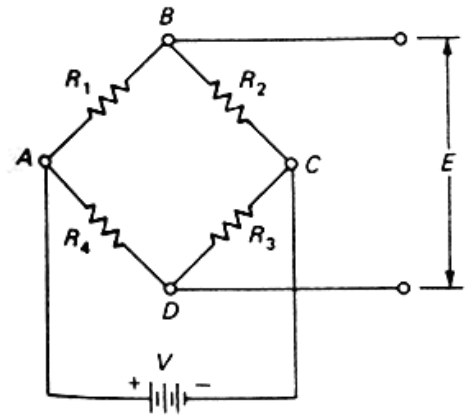
■ 기본 원리

■ Null-balance system

■ 초기 평형 ($E = 0$)

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

■ 작동 원리



$$\Delta E = \frac{r}{(1+r)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) V \text{ if } \varepsilon \leq 5\%, r = \frac{R_2}{R_1}$$

MNTL

13

■ 네 가지 일반적인 브릿지

Bridge Item	Quarter, 1/4 (1A)	Half, 1/2 (1A + 1D)	Half, 1/2 (1A + 1D)	Full, 1/1 (4A)
회로구성				
n	1	1	1	4
온도보상	No	Yes	Yes	Yes

MNTL

14

Vishay P3 Strain Indicator

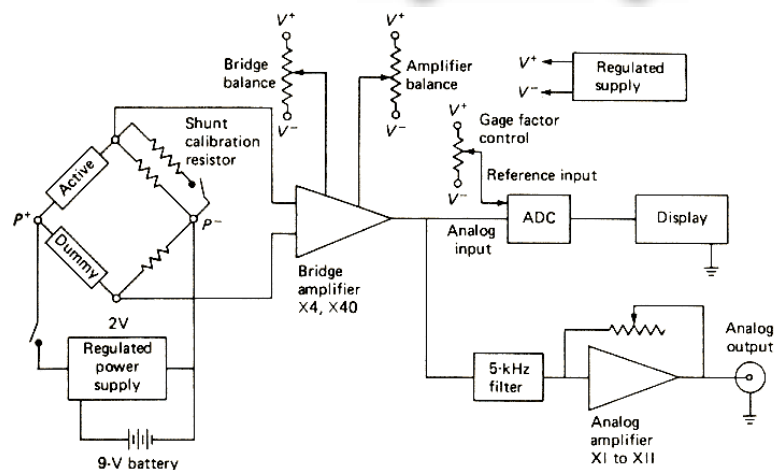
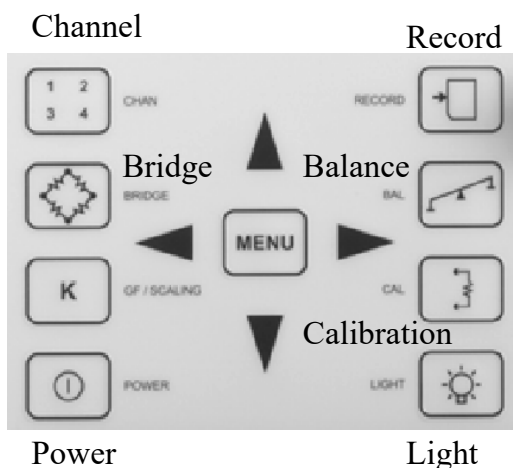
- 4 Ch. 입력
- 자체 데이터 저장
- 0 ~ 2.5Vdc 아날로그 출력
- ¼, ½, full 브리지 가능
- 브리지용 저항 내장
- 120-, 350- & 1000-Ω dummy gages
- 자동 영점 조정 및 보정 (calibration)
- USB 연결
- PC 원격 제어 가능
- 배터리, USB or 일반 전원 (어댑터)



MNTL

15

■ 작동 개략도



Gage Factor/Scaling

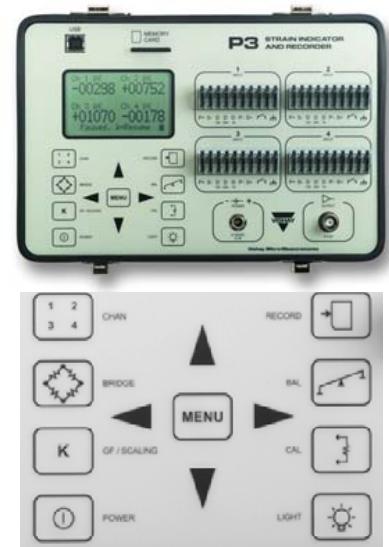
MNTL

16

■ 측정 순서

- ① 게이지 부착, 결선 및 P3에 연결
- ② 전원 On & Warming Up
- ③ 측정 채널 선택
- ④ 해당 브릿지 선택
- ⑤ GF 입력
- ⑥ Zero Balancing
- ⑦ Shunt Calibration
- ⑧ 측정 및 데이터 저장 (Analog & Digital)

$$K = \frac{\Delta R/R}{\varepsilon}$$



MNTL

17

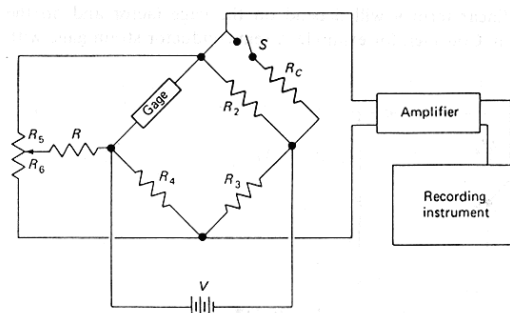
Strain-Gage 회로 보정 (Calibration)

■ 변형률 측정 시스템

- Strain gage, power supply (either constant voltage or constant current), circuit-completion resistors, amplifier, recording instrument

■ 측정 시스템 직접 보정

- 고정 저항 R_c 병렬 연결



MNTL

18

$$R_{2e} = \frac{R_2 R_c}{R_2 + R_c}, \frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{R_{2e} - R_2}{R_2} = -\frac{R_2}{R_2 + R_c}$$

$$\Delta E = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \frac{R_2}{R_2 + R_c} V = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} (S_g \varepsilon_c) V$$

$$\therefore \varepsilon_c = \frac{R_2}{S_g (R_2 + R_c)}$$

■ 보정 저항 R_c 와 동일한 출력을 내는 변형률

- Example: $R_2 = R_g = 350 \Omega$, $S_g = 2.05$
 $R_c = 100 \Omega \rightarrow \varepsilon_c = 1700 \mu\varepsilon$

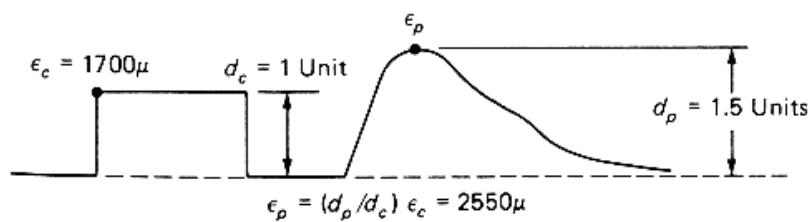
MNTL

19

■ 실제 보정 절차

- 보정 스위치 누름 (close)
- 측정 장비 출력 (d_c) 기록
- 보정 스위치 해제 (open)
- 실제 변형률에 의한 출력 (d_p) 기록

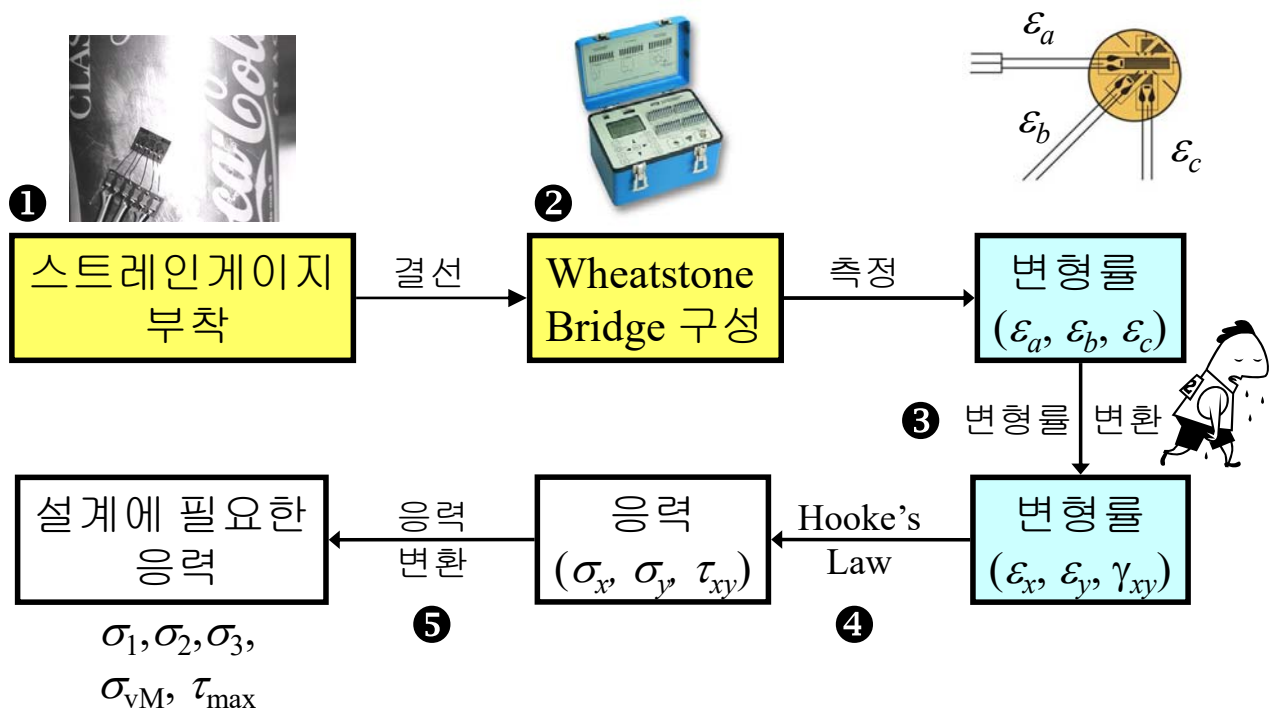
$$\varepsilon_c : d_c = \varepsilon_p : d_p \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{d_p}{d_c} \varepsilon_c$$



MNTL

20

Test Flow



MNTL

21

Guess How?

■ 변형률 게이지의 특성

- 수직 변형률만 측정이 가능함: ϵ_x, ϵ_y

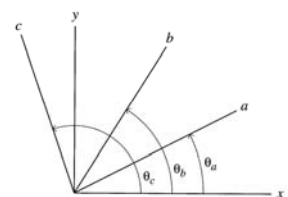
Q: 전단 변형률 (γ_{xy})은 어떻게 측정하면 될까?

- Hint: $\epsilon_n = \epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta$

A: 3개의 미지수 $\rightarrow$ 3개의 방정식 ($\theta_a, \theta_b, \theta_c$)

수직

$$\begin{aligned} \epsilon_a &= \epsilon_x \cos^2 \theta_a + \epsilon_y \sin^2 \theta_a + \gamma_{xy} \sin \theta_a \cos \theta_a \\ \epsilon_b &= \epsilon_x \cos^2 \theta_b + \epsilon_y \sin^2 \theta_b + \gamma_{xy} \sin \theta_b \cos \theta_b \\ \epsilon_c &= \epsilon_x \cos^2 \theta_c + \epsilon_y \sin^2 \theta_c + \gamma_{xy} \sin \theta_c \cos \theta_c \end{aligned}$$



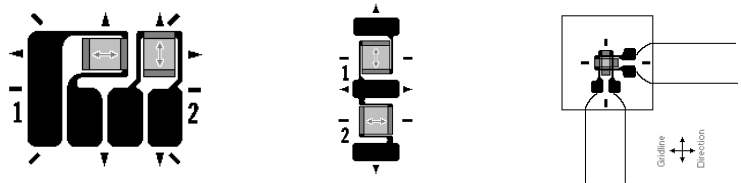
MNTL

22

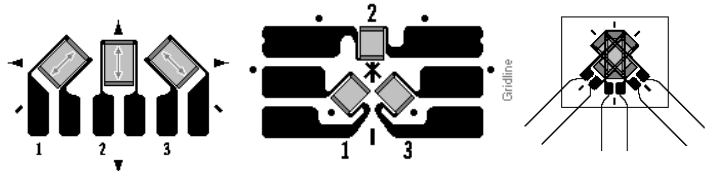
스트레인 로제트 (Strain Rosette)

■ 스트레인 로제트의 형태 [http://www.vishay.com]

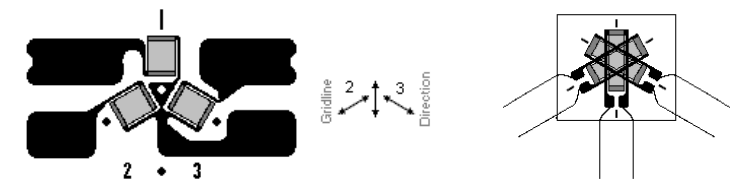
- $0^\circ - 90^\circ$
(Tee)



- $0^\circ - 45^\circ - 90^\circ$
(Rectangular)



- $0^\circ - 60^\circ - 120^\circ$
(Delta)

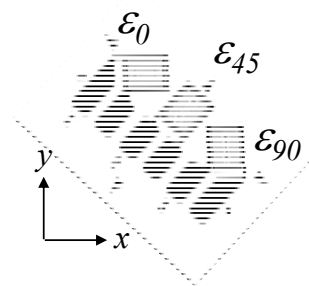


MNTL

23

■ 스트레인 로제트 식

- $0^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ (Rectangular)



$$\varepsilon_0 = \varepsilon_x \cos^2 0^\circ + \varepsilon_y \sin^2 0^\circ + \gamma_{xy} \sin 0^\circ \cos 0^\circ$$

$$\varepsilon_{45} = \varepsilon_x \cos^2 45^\circ + \varepsilon_y \sin^2 45^\circ + \gamma_{xy} \sin 45^\circ \cos 45^\circ$$

$$\varepsilon_{90} = \varepsilon_x \cos^2 90^\circ + \varepsilon_y \sin^2 90^\circ + \gamma_{xy} \sin 90^\circ \cos 90^\circ$$

$$\therefore \varepsilon_x = \varepsilon_0, \varepsilon_y = \varepsilon_{90}, \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{45} - \varepsilon_0 - \varepsilon_{90}$$

MNTL

24

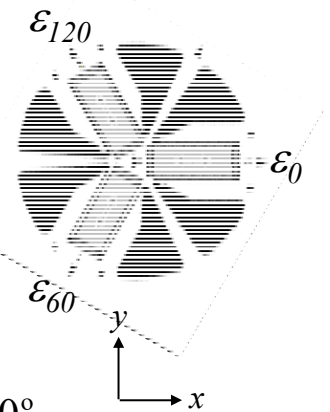
■ $0^\circ - 60^\circ - 120^\circ$ (Delta)

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_x \cos^2 0^\circ + \varepsilon_y \sin^2 0^\circ + \gamma_{xy} \sin 0^\circ \cos 0^\circ$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{60} &= \varepsilon_x \cos^2 60^\circ + \varepsilon_y \sin^2 60^\circ + \gamma_{xy} \sin 60^\circ \cos 60^\circ \\ &= \frac{\varepsilon_x + 3\varepsilon_y + \sqrt{3}\gamma_{xy}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{120} &= \varepsilon_x \cos^2 120^\circ + \varepsilon_y \sin^2 120^\circ + \gamma_{xy} \sin 120^\circ \cos 120^\circ \\ &= \frac{\varepsilon_x + 3\varepsilon_y - \sqrt{3}\gamma_{xy}}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore \varepsilon_x = \varepsilon_0, \quad \varepsilon_y = \frac{2(\varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}) - \varepsilon_0}{3}, \quad \gamma_{xy} = \frac{2(\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120})}{\sqrt{3}}$$



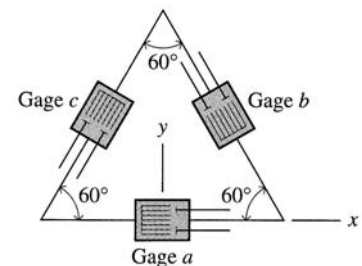
MNTL

25

예제 1

- Given: $\varepsilon_a = \varepsilon_0 = +1000 \mu\varepsilon$, $\varepsilon_b = \varepsilon_{120} = +750 \mu\varepsilon$,
 $\varepsilon_c = \varepsilon_{60} = -650 \mu\varepsilon$

- Sol.



$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 = +1000 \mu\varepsilon$$

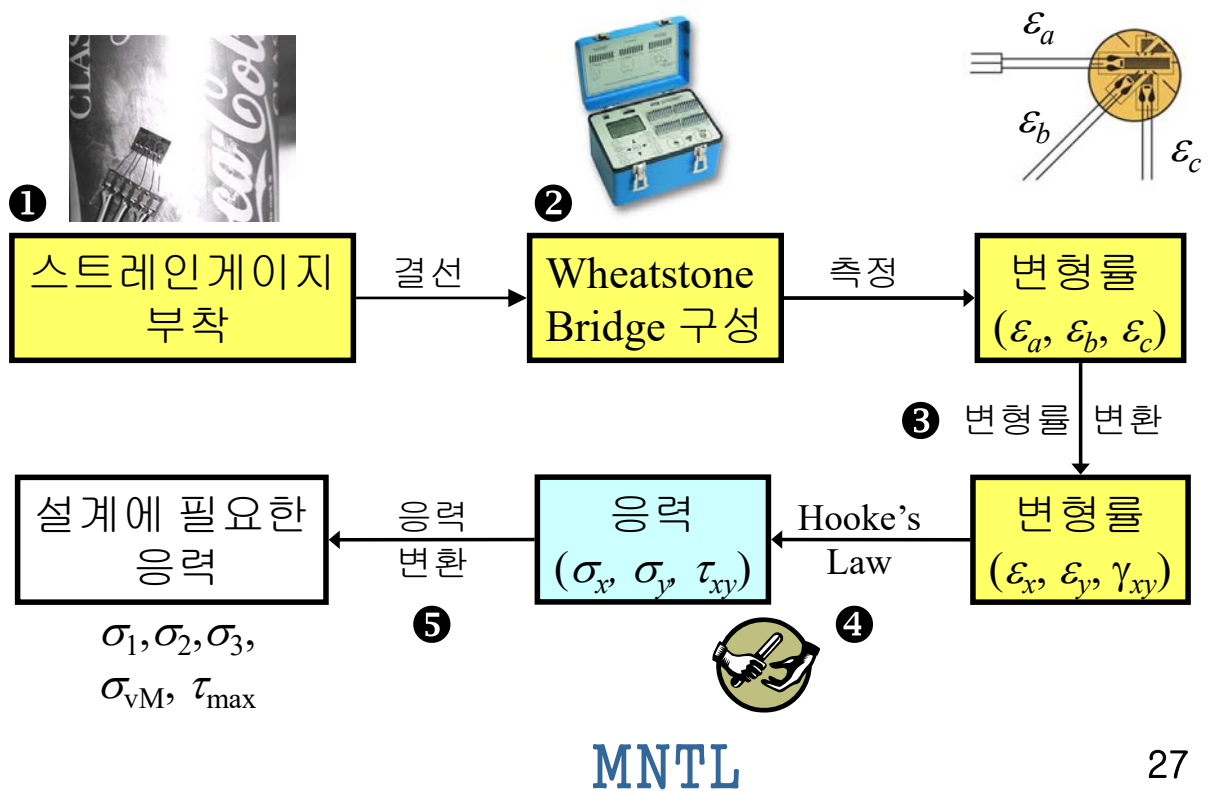
$$\varepsilon_y = \frac{2(\varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}) - \varepsilon_0}{3} = \frac{2(-650 + 750) - 1000}{3} = -\frac{800}{3} \mu\varepsilon$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120})}{\sqrt{3}} = \frac{2(-650 - 750)}{\sqrt{3}} = -\frac{2800}{\sqrt{3}} \mu\varepsilon$$

MNTL

26

Test Flow



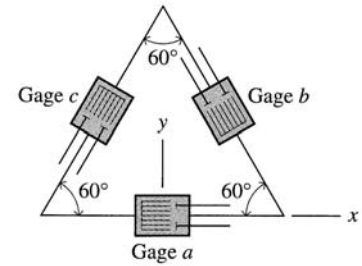
27

Hooke's Law (Pl. σ): SG 식

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \\
 \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \\
 \epsilon_z &= -\frac{\nu}{E} [\sigma_x + \sigma_y] \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} [\epsilon_x + \nu \epsilon_y] \\
 \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} [\epsilon_y + \nu \epsilon_x] \\
 \tau_{xy} &= G \gamma_{xy}
 \end{aligned}$$

예제 2

- Given: $\varepsilon_a = \varepsilon_0 = +1000 \mu\varepsilon$,
 $\varepsilon_b = \varepsilon_{120} = +750 \mu\varepsilon$,
 $\varepsilon_c = \varepsilon_{60} = -650 \mu\varepsilon$,
 $E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$
- Sol.



$$\varepsilon_x = +1000 \mu\varepsilon, \varepsilon_y = -\frac{800}{3} \mu\varepsilon, \gamma_{xy} = -\frac{2800}{\sqrt{3}} \mu\varepsilon$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y] = \frac{200 \times 10^3 \text{ MPa}}{1-0.3^2} \left[1000 - 0.3 \times \frac{800}{3} \right] \times 10^{-6}$$

$$= 202.2 \text{ MPa}$$

MNTL

29

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x] = \frac{200 \times 10^3 \text{ MPa}}{1-0.3^2} \left[-\frac{800}{3} + 0.3 \times 1000 \right] \times 10^{-6}$$

$$= 7.3 \text{ MPa}$$

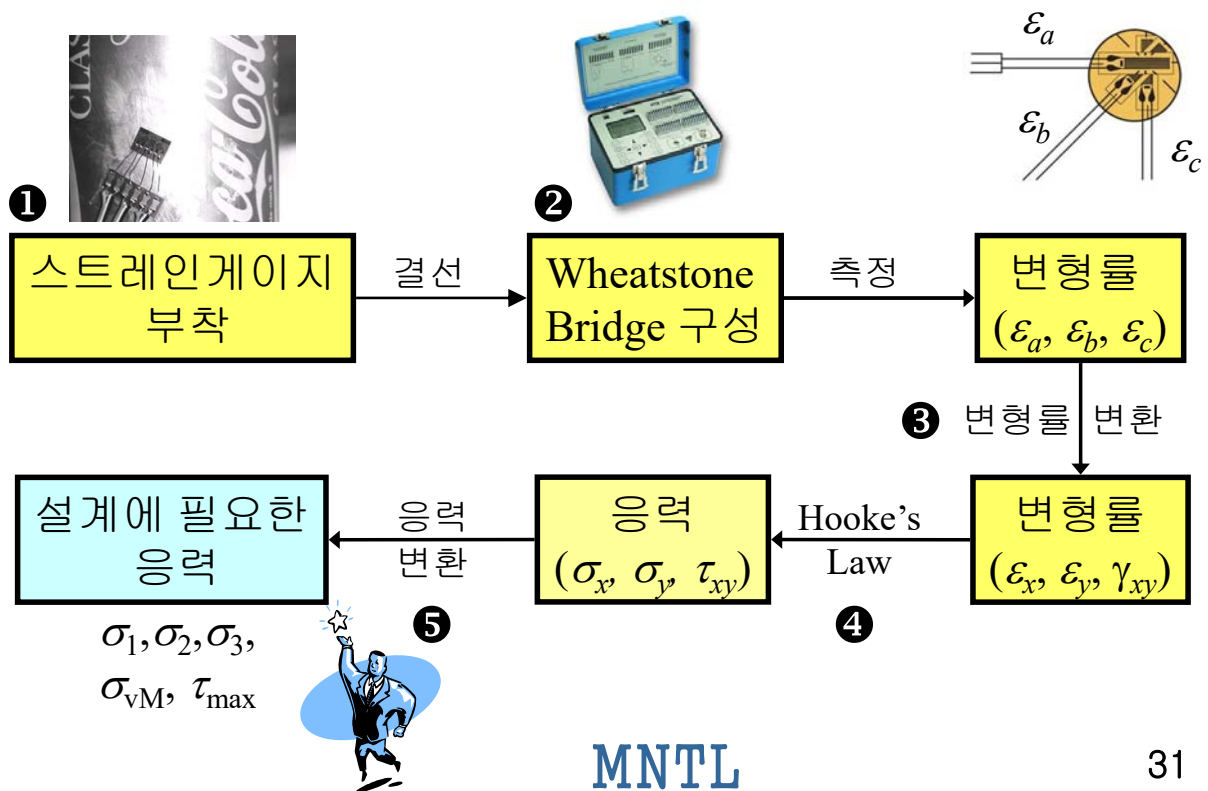
$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = \frac{200 \times 10^3 \text{ MPa}}{2(1+0.3)} \times \left(-\frac{2800}{\sqrt{3}} \right) \times 10^{-6}$$

$$= -124.4 \text{ MPa}$$

MNTL

30

Test Flow



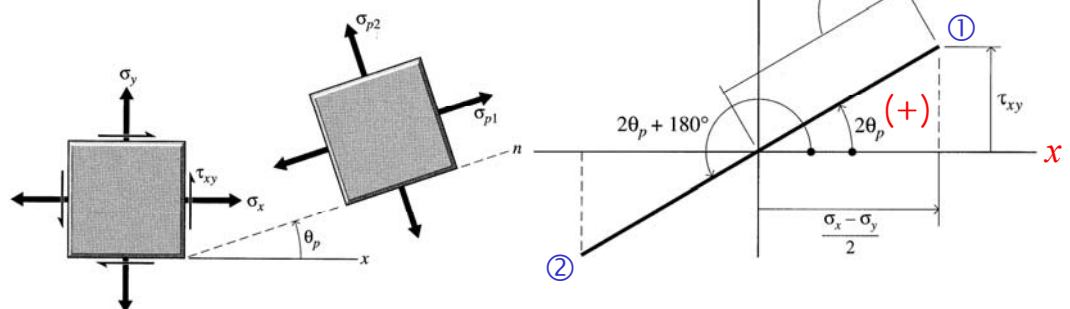
31

Principal Stresses

$$\sigma_{p1,p2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_{p1,p2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)/2}$$

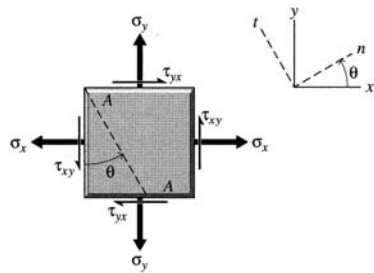


MNTL

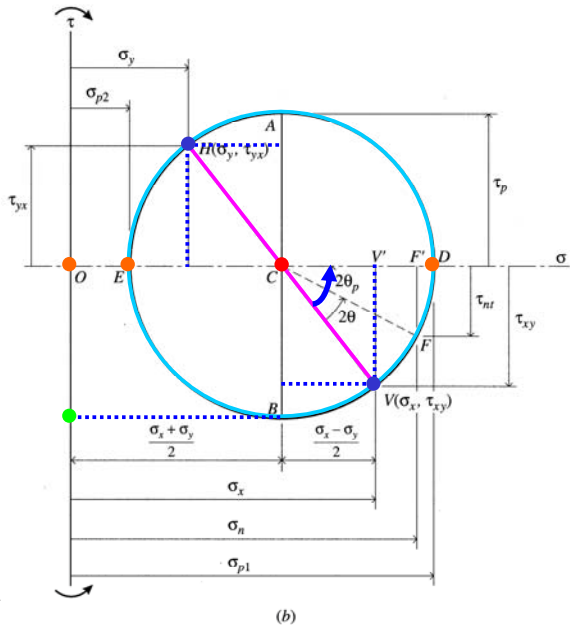
32

Mohr 원 (Pl. σ)

■ 작도법



- ❶ 원의 중심 좌표
- ❷ 응력 표시
- ❸ x-y 좌표축 작도
- ❹ 원 작도
- ❺ 주 평면 각도 계산
- ❻ 주 응력, 최대 전단 응력 계산

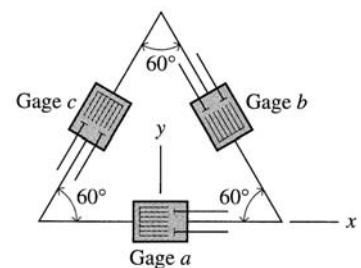


MNTL

33

예제 3

- Given: $\epsilon_a = \epsilon_0 = +1000 \mu\epsilon$,
 $\epsilon_b = \epsilon_{120} = +750 \mu\epsilon$,
 $\epsilon_c = \epsilon_{60} = -650 \mu\epsilon$,
 $E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$



- Sol.

$$\sigma_x = 202.2 \text{ MPa}, \sigma_y = 7.3 \text{ MPa}, \tau_{xy} = -124.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = \frac{202.2 + 7.3}{2} + \sqrt{\left(\frac{202.2 - 7.3}{2}\right)^2 + (-124.4)^2} = 262.8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -53.3 \text{ MPa}$$

MNTL

34

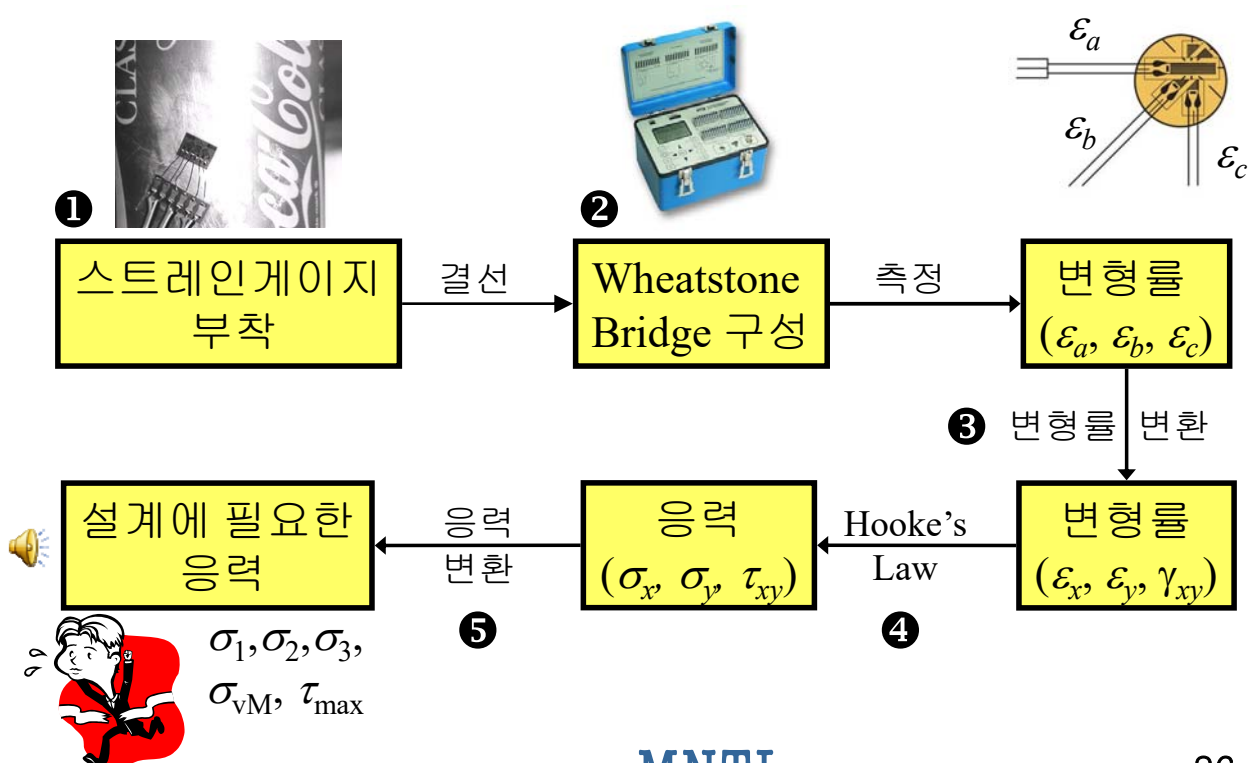
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{262.8 - (-53.3)}{2} = 158.05 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{vM} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(262.8 - 0)^2 + (0 + 53.3)^2 + (-53.3 - 262.8)^2} \\ &= 293.1 \text{ MPa}\end{aligned}$$

MNTL

35

Test Flow



MNTL

36